

2. Generalidades sobre aerogeneradores

2.1. Componentes y funcionamiento de aerogeneradores

2.1.1. Componentes del aerogenerador

Un aerogenerador está compuesto generalmente por los siguientes elementos:

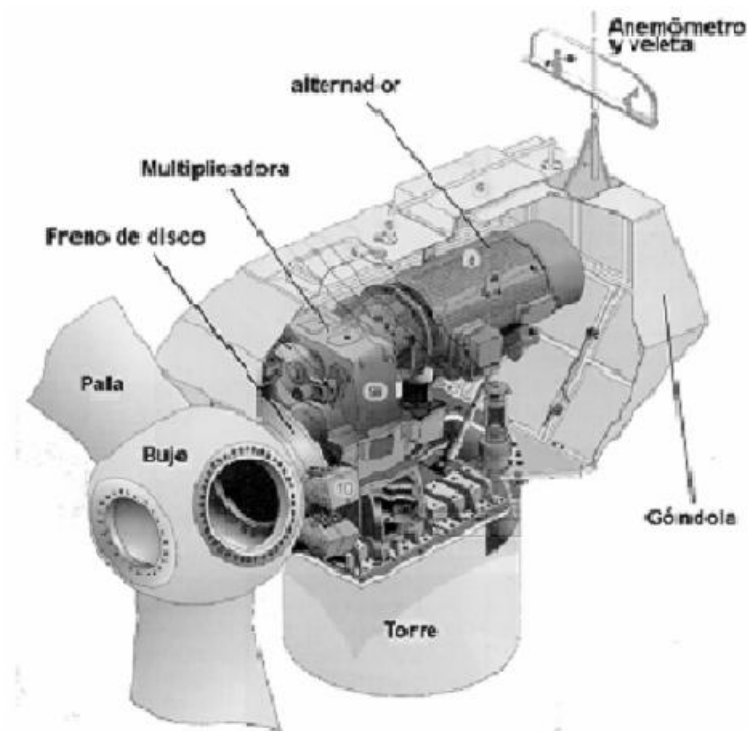


Figura 4: Aerogenerador de eje horizontal

- Góndola:

Contiene los componentes clave del aerogenerador, incluyendo el multiplicador y el generador eléctrico.

- Torre:

La torre del aerogenerador soporta la góndola y el rotor. Generalmente es una ventaja disponer de una torre alta, dado que la velocidad del viento au-

menta conforme nos alejamos del nivel del suelo. Una turbina típica moderna de 600 kW tendrá una torre de 40 a 60 metros.

Las torres pueden ser bien tubulares o de celosía. Las torres tubulares son más seguras para el personal de mantenimiento de las turbinas, ya que pueden usar una escalera interior para acceder a la parte superior de la turbina. La principal ventaja de las torres de celosía es que son más económicas.

- Rotor:

Compuesto de:

Palas: Se encargan de convertir la energía cinética del viento en el par de rotación de la turbina. La mayoría de las modernas palas de rotor de grandes aerogeneradores están fabricadas con plástico reforzado con fibra de vidrio ("GRP").

Buje: Soporta las palas. Se suele fabricar en acero moldeado. De él parte el eje de baja velocidad (eje principal). Este eje conecta el buje del rotor al multiplicador. Su velocidad angular suele estar en torno a las 30 r.p.m.

Mecanismo de orientación de las palas: El objetivo de estos sistemas es colocar el rotor de las turbinas en un ángulo óptimo con respecto al viento. En general, las turbinas eólicas de eje horizontal emplean dos sistemas, el pasivo y el activo (véase la sección 2.3.2).

- Multiplicador:

Generalmente se trata de engranajes helicoidales o planetarios. Su misión es transmitir la potencia desde el eje de baja velocidad al de alta velocidad (de menor grosor, ya que debe soportar pares menores).

- Generador:

El generador de una turbina convierte la energía mecánica en energía eléctrica. Para turbinas de gran potencia, los generadores asíncronos doble alimentados se emplean con mayor frecuencia. En este caso, la velocidad de rotación puede ser variada, diferente a cuando se usan generadores asíncronos convencionales. Otro concepto consiste en emplear generadores síncronos.

Hay diferencias entre los generadores síncronos y asíncronos. Los últimos se emplean más, ya que pueden conectarse directamente a la red y son más robustos y de menor mantenimiento. Un generador síncrono de velocidad constante conectado a la red presenta problemas técnicos muy difíciles de eliminar. Por lo anterior, actualmente no existen generadores síncronos de velocidad constante, sino de velocidad variable. Éste no se puede conectar

directamente a la red de corriente alterna con frecuencia constante, por lo que es preciso utilizar un convertidor de frecuencia como elemento intermedio entre el generador y la red. Esta desventaja de tener que utilizar un complicado sistema adicional para la sincronización se compensa con una mayor eficiencia de la turbina y una mejor compatibilidad con la red.

- Veleta y anemómetro.

- Controlador:

Se trata de un microcontrolador que controla el mecanismo de orientación, conexión a red, frenos, etc.

2.1.2. Funcionamiento del aerogenerador

Una vez que se han descrito cada uno de los componentes que conforman un aerogenerador se puede ver de manera mas clara el funcionamiento del mismo. Los aerogeneradores aprovechan la energía del viento para producir electricidad. Lo consiguen gracias a sus palas, que capturan el viento y giran. Cuando no hay viento, las palas forman un ángulo de 45° , de modo que el aerogenerador pueda extraer el máximo de energía de los vientos suaves, este movimiento es gracias a que cuentan con una veleta y un anemómetro que permiten conocer la velocidad y dirección del viento. Los aerogeneradores empiezan a producir energía cuando el viento alcanza velocidades cercanas a los cuatro metros por segundo. La pala gira gradualmente hasta formar un ángulo de 0° , con la superficie más ancha de cara al viento. Cuando el viento entra en contacto con la pala, crea una presión positiva en la parte delantera y una presión negativa en la parte trasera. En otras palabras, el viento empuja el extremo delantero y crea un efecto de succión tras la pala, que a su vez hace girar el rotor. Con una velocidad de giro máxima, las puntas de las palas alcanzan una velocidad de 250 Km/hora. El generador se conecta a través del sistema de control eléctrico del aerogenerador. La potencia de salida es conducida a través de un transformador de alta tensión hasta la red eléctrica, que suministra electricidad a los hogares. Como a manera de referencia es valido decir que en cuestión de 2-3 horas, un aerogenerador V90-3,0 MW produce suficiente energía como para cubrir las necesidades anuales de consumo eléctrico de un hogar europeo medio [48].

2.2. Ventajas y desventajas de la energía eólica

La principal ventaja de la energía eólica es que no contamina, es inagotable y frena el agotamiento de combustibles fósiles contribuyendo a evitar el cambio climático. Es una de las fuentes más baratas, puede competir en rentabilidad con otras fuentes energéticas tradicionales como las centrales térmicas de carbón (considerado tradicionalmente como el combustible más barato), las centrales de combustible e incluso con la energía nuclear, si se consideran los costes de reparar los daños medioambientales. El generar energía eléctrica sin que exista un proceso de combustión o una etapa de transformación térmica supone, desde el punto de vista medioambiental, un procedimiento muy favorable por ser limpio, exento de problemas de contaminación, etc. Se suprimen radicalmente los impactos originados por los combustibles durante su extracción, transformación, transporte y combustión, lo que beneficia la atmósfera, el suelo, el agua, la fauna, la vegetación, etc. La única desventaja de la energía eólica es la estética, ya que la energía eólica produce un impacto visual inevitable, debido a sus características precisa unos emplazamientos que normalmente resultan ser los que más evidencian la presencia de las máquinas (cerros, colinas, litoral). En este sentido, la implantación de la energía eólica a gran escala, puede producir una alteración clara sobre el paisaje, que deberá ser evaluada en función de la situación previa existente en cada localización [48].

2.3. Clasificación

En la actualidad existe toda una enorme variedad de modelos de aerogeneradores, diferentes entre sí tanto por la potencia proporcionada, como por el número de palas o incluso por la manera de producir energía eléctrica (aisladamente o en conexión directa con la red de distribución convencional). Pueden clasificarse, pues, atendiendo a distintos criterios [49]:

2.3.1. Por la posición del aerogenerador

- Eje vertical
Los aerogeneradores de eje vertical prácticamente ya no se construyen pues su tecnología se quedó estancada al no ser capaces de crecer en el

aprovechamiento del viento. La particularidad de estos aerogeneradores es que son mucho más cómodos de reparar pues todos los elementos de transformación de la energía del viento se encuentran en el suelo. De allí sale el eje vertical que se extiende al centro de dos palas curvadas que salen de la parte inferior del eje hasta su parte superior final. La forma ovalada de las palas permite hacerlo girar y producir electricidad. El inconveniente de este tipo de turbinas es que el eje no supera mucha altura y las velocidades del viento disminuyen al llegar al suelo por efecto de la rugosidad del mismo. La velocidad del viento es muy superior a más altura, con lo que estos aerogeneradores han ido quedando atrás con respecto a los de eje horizontal.

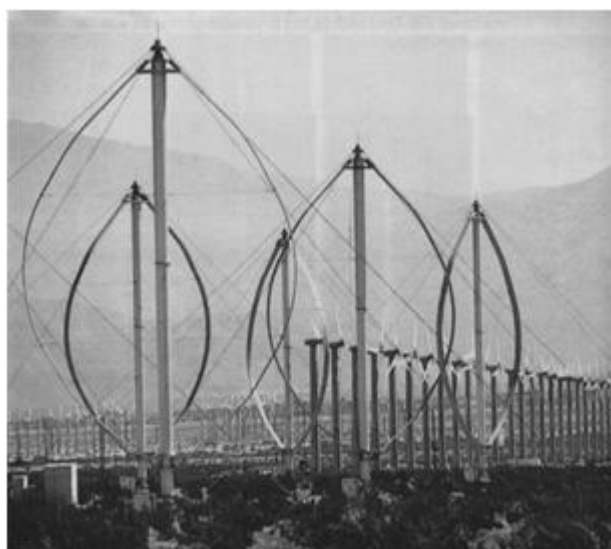


Figura 5: Aerogenerador de eje vertical

- Eje horizontal

Los aerogeneradores de eje horizontal, a diferencia de los anteriores, aprovechan más el viento. La altura que se consigue situar el eje que mueve el generador es muy superior a los anteriores y ahí radica que estas turbinas eólicas sean las más utilizadas en la actualidad, pues su tecnología sigue creciendo no solo por la altura sino por la calidad y medios mejorados de los componentes que se utilizan en la generación



Figura 6: Aerogenerador de eje horizontal

de electricidad. Atendiendo al número de palas, los aerogeneradores de eje horizontal se pueden clasificar en:

- Aerogenerador monopala
- Aerogenerador bipalas
- Aerogenerador Multipalas

2.3.2. Por la manera de adecuar la orientación del equipo a la dirección del viento en cada momento

El mecanismo de orientación de un aerogenerador es utilizado para girar el rotor de la turbina en contra del viento. Se dice que la turbina tiene un error de orientación si el rotor no está perpendicular al viento. Un error de orientación implica que una menor proporción de la energía del viento pasará a través del área del rotor. Por tanto, la eficiencia del mecanismo de orientación es fundamental para mantener el rendimiento de la instalación [49].

Según el mecanismo de orientación, podemos tener:

- **Aerogeneradores pasivos**

Los sistemas pasivos no necesitan motores eléctricos. Las turbinas cuyo rotor está detrás de la torre (sotavento) siguen al viento automáticamente, mientras que las turbinas a barlovento poseen una veleta. Estas veletas se emplean desde hace muchos años en los molinos de viento tradicionales para el bombeo de agua. En este caso, la dirección del viento es determinada de una forma muy sencilla. Las fuerzas que actúan sobre la veleta cuando la dirección del viento cambia repentinamente están limitadas por el tamaño de la veleta, por lo que estos sistemas son empleados en turbinas cuyo diámetro del rotor no exceda 10 m, aproximadamente. o mediante conicidad de las palas [50].

- **Aerogeneradores activos**

Los sistemas activos son usados fundamentalmente a barlovento. En este caso un mecanismo activamente gira la góndola sobre la torre. Tales sistemas activos fueron usados ya en el siglo XVIII en los molinos europeos. Actualmente estos mecanismos de orientación o motores acimut son más comúnmente empleados movidos por un solo motor eléctrico o por varios motores al mismo tiempo. Una veleta o rumboímetro sobre la góndola provee la información necesaria al sistema de orientación. Los motores actúan sobre la rueda de engranaje que mueve la góndola a su posición óptima cuando son movidas por los motores.

2.3.3. Según la forma de producir energía eléctrica

Se divide en dos: en conexión directa a la red de distribución convencional o de forma aislada [49].

- **La conexión directa a la red**

Viene representada por la utilización de aerogeneradores de potencias grandes (mas de 10 ó 100 kW). Aunque en determinados casos, y gracias al apoyo de los estados a las energías renovables, es factible la conexión de modelos mas pequeños, siempre teniendo en cuenta los costes de enganche a la red (equipos y permisos). La mayor rentabilidad se obtiene a través de agrupaciones de máquinas de potencia conectadas entre si y que vierten su energía conjuntamente a la red eléctrica. Dichos sistemas se denominan parques eólicos. Por sus condiciones de producción

caprichosa, está limitada en porcentaje al total de energía eléctrica (en la conexión directa a la red). Se considera que el grado de penetración de la energía eólica en grandes redes de distribución eléctrica, puede alcanzar sin problemas del 15 al 20 % del total, sin especiales precauciones en la calidad del suministro, ni en la estabilidad de la red [49].

- Las aplicaciones aisladas

Por medio de pequeña o mediana potencia se utilizan para usos domésticos o agrícolas (iluminación, pequeños electrodomésticos, bombeo, irrigación, etc.), incluso en instalaciones industriales para desalación, repetidores aislados de telefonía, TV, instalaciones turísticas y deportivas, etc. En caso de estar condicionados por un horario o una continuidad, se precisa introducir sistemas de baterías de acumulación o combinaciones con otro tipo de generadores eléctricos (grupos diésel, placas solares fotovoltaicas, centrales minihidráulicas,...) También se utilizan aerogeneradores de gran potencia en instalaciones aisladas, desalinización de agua marina, producción de hidrógeno, etc .

2.3.4. Por la forma de regular la potencia

Para cada turbina eólica, la relación entre la velocidad del viento y la potencia generada se define por la llamada curva P-V, o curva potencia-velocidad. La curva PV muestra claramente la ley cúbica entre la velocidad del viento y la potencia generada. La mayoría de los aerogeneradores comienzan la generación de energía a los 2 o 3 m/s, y la potencia nominal se alcanza a los 12 o 13 m/s de velocidad del viento. La velocidad del viento nominal es la más baja de las velocidades del viento a las que el aerogenerador produce la potencia nominal o la potencia máxima. Por encima de la velocidad del viento nominal, la potencia no puede aumentar con la velocidad del viento debido al funcionamiento de los mecanismos de control de potencia de la turbina eólica.

Existen tres formas de regular la potencia de salida:

- Control por variación del ángulo de paso (Pitch control):

Con este tipo de regulación el controlador electrónico comprueba varias veces por segundo la potencia generada. Cuando ésta alcanza un valor demasiado alto, el controlador envía una orden al mecanismo de

cambio del ángulo de paso, que inmediatamente hace girar las palas del rotor ligeramente fuera de la dirección de las líneas de corriente del viento. Cuando la velocidad del viento disminuye, las palas son rotadas en sentido inverso volviendo de nuevo a la posición de máximo aprovechamiento de energía [51]. Así pues, las palas del rotor deben ser capaces de girar alrededor de su eje longitudinal (variar el ángulo de paso). El tiempo de reacción del mecanismo de cambio del ángulo de paso es un factor crítico en el diseño del aerogenerador. El diseño de aerogeneradores controlados por cambio del ángulo de paso requiere una ingeniería muy desarrollada, para asegurar que las palas giren exactamente el ángulo deseado. En este tipo de aerogeneradores, el ordenador generalmente girará las palas unos grados cada vez que el viento cambie, para mantener un ángulo óptimo que proporcione el máximo rendimiento a todas las velocidades de viento [51]. El mecanismo de cambio del ángulo de paso suele funcionar de forma hidráulica o mediante motores de corriente continua.

- Control por pérdida aerodinámica (Stall control):
En este caso las palas están unidas al buje en ángulo fijo. El perfil de la pala ha sido aerodinámicamente diseñado para asegurar que, en el momento en que la velocidad del viento sea demasiado alta, se cree una turbulencia en la parte trasera de la pala de manera que se produzca el desprendimiento de la capa límite [51]. Es importante asegurar que dicha pérdida de sustentación no se produzca bruscamente, si no de manera gradual, para lo cual la pala se diseña ligeramente torsionada en su eje longitudinal. La principal ventaja de la regulación por pérdida aerodinámica es que se evitan las partes móviles del rotor y el sistema de control complejo. Por otro lado, este sistema representa un problema de diseño aerodinámico muy complejo, con las complicaciones que se derivan de las vibraciones provocadas por la pérdida de sustentación [51].

- Control activo por pérdida aerodinámica (Active stall control):
En los aerogeneradores de mayor potencia, superior a 1 MW, las palas pueden girar sólo unos grados para ajustar mejor el perfil de pérdida. Para tener un momento de torsión (fuerza de giro) razonablemente alto a bajas velocidades del viento, este tipo de máquinas están programadas

para girar sus palas como las de regulación por cambio del ángulo de paso. Sin embargo, cuando la máquina alcanza su potencia nominal, este tipo de máquinas presentan una gran diferencia: si el generador va a sobrecargarse, la máquina girará las palas en la dirección contraria a la que lo haría una máquina de regulación por cambio del ángulo de paso, es decir, aumentará el ángulo de paso de las palas para llevarlas hasta una posición de mayor pérdida de sustentación, y poder así consumir el exceso de energía del viento generando turbulencias [51]. La mayor ventaja es que la producción de potencia se controla con mayor exactitud y, además, la máquina puede funcionar casi a potencia nominal para un amplio rango de velocidades del viento. El mecanismo de regulación suele ser hidráulico o eléctrico.



Figura 7: Curvas de potencia para máquinas reguladas por Pitch, Stall y Active Stall Control

2.4. Aerodinámica de aerogeneradores de eje horizontal

La aerodinámica que se analiza a continuación describe las fuerzas que se desarrollan en un aerogenerador por una corriente de aire incidente sobre las palas de este. En la actualidad existen dos teorías diferentes para explicar la aerodinámica: Teoría del momento (momentum theory) y la teoría de pala (blade element theory), las cuales han sido bastante utilizadas en la literatura (ver por ejemplo [3],[25],[26],[51] y [52]).

La primera explica de una manera simplificada el proceso de extracción de energía de la cinética del aire, y además, determina el límite superior teórico del rendimiento de conversión de la energía cinética del viento. La segunda

estudia las fuerzas producidas por una corriente de aire en una pala. Antes de hablar de dichas teorías, es importante conocer la potencia del viento que se explica en el apartado siguiente.

2.4.1. Potencia del viento

La energía cinética E contenida en una masa de aire m con movimiento uniforme-unidireccional de velocidad V está dada por

$$E = \frac{1}{2}mV^2.$$

El flujo másico m , con la densidad ρ , a través de una superficie de sección frontal A , se puede expresar como

$$m = \rho AV,$$

y por tanto, la potencia eólica de la corriente de viento a través del área de la sección transversal A viene dada por

$$P_v = \frac{1}{2}\rho AV^3 \quad (1)$$

2.4.2. Teoría del momento

Un aerogenerador es un dispositivo que extrae energía cinética del viento. Para extraerle parte de esta energía cinética es necesario que el viento se ralentice, aunque sólo la masa de aire que atraviesa el rotor eólico se ve afectada. Asumiendo que la masa de aire afectada permanece separada del aire que no pasa a través del rotor, se puede dibujar una superficie límite que puede extenderse aguas arriba y aguas abajo formando un tubo de corriente de sección transversal circular. Como ningún flujo de aire puede cruzar este límite, el flujo másico de aire que fluye por este tubo permanecerá constante para toda posición. Debido a que el aire confinado en el tubo se ralentiza pero no se comprime, la sección transversal del mismo debe expandirse para adaptarse a la corriente con menor velocidad. Tal y como se puede ver en la Figura 9, el viento antes de cruzar el rotor posee una velocidad V y una presión P_v . En la medida que el viento se acerca al rotor, su velocidad

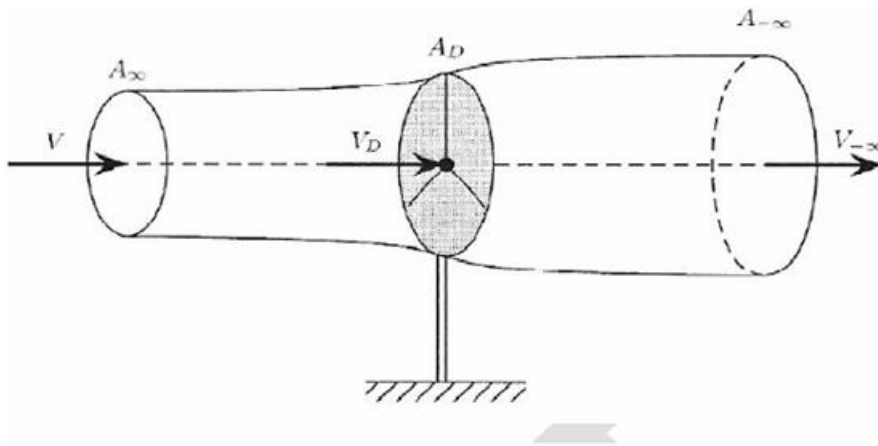


Figura 8: Tubo de corriente en un aerogenerador

disminuye y su presión aumenta en virtud del principio de Bernoulli, hasta alcanzar una velocidad V_D justo en el plano del rotor y un valor mínimo $V_{-\infty}$ después de alejarse del rotor. Entre tanto, la presión parte de un valor mínimo P_D^- después de cluzar el rotor hasta alcanzar un valor $P_{-\infty}$ igual a P_v . En resumen, la presión recupera su valor, sin embargo, la velocidad del viento no lo hace como consecuencia de transformar la energía cinética en energía mecánica.

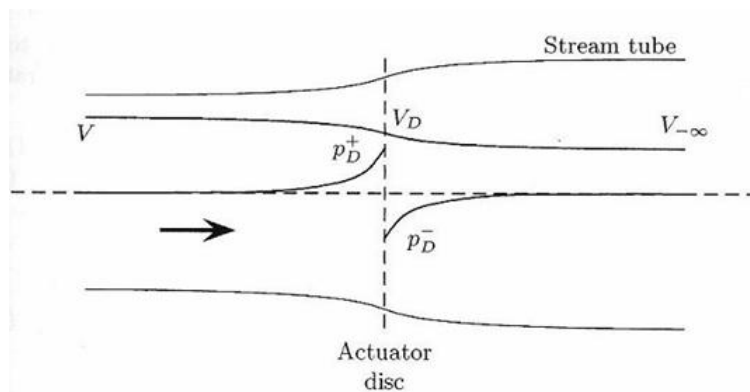


Figura 9: Distribución de presiones y velocidades aguas arriba y aguas abajo del disco actuador

El flujo másico se conserva a lo largo del tubo de corriente lo que implica

la siguiente ecuación de continuidad

$$\rho A_{\infty} V = \rho A_D V_D = \rho A_{-\infty} V_{-\infty},$$

donde el subíndice ∞ se refiere a las condiciones del aire mucho antes de atravesar el disco, D son las condiciones en el disco y $-\infty$ las condiciones mucho después. Es usual considerar que el disco induce una variación de velocidad que debe ser superpuesta a la velocidad de la corriente libre:

$$V_D = V(1 - a), \quad (2)$$

donde a es el factor de velocidad inducida axial.

El aire que atraviesa el disco sufre una caída de velocidad $(V - V_{\infty})$. Por tanto, la fuerza F_D desarrollada por el disco es el producto de dicho decremento de velocidad por el flujo másico:

$$F_D = (V - V_{\infty})\rho A_D V_D \quad (3)$$

Esta fuerza proviene exclusivamente de la diferencia de presión que sufre el aire al atravesar el disco debido a que el tubo de corriente está completamente rodeado de aire a presión atmosférica que no provoca fuerza neta:

$$F_D = (P_D^+ - P_D^-)A_D = (V - V_{\infty})\rho A_D V(1 - a) \quad (4)$$

Para obtener la diferencia de presión debida al disco se utiliza la ecuación de Bernoulli aplicada separadamente aguas arriba y aguas abajo del disco. Es necesaria esta división porque la energía total es diferente en ambas zonas. Dicha ecuación expone que, bajo condiciones estáticas, la energía total en el flujo, la energía cinética de compresión, la energía de presión estática y la energía potencial gravitatoria, permanece constante mientras no se realice trabajo por ni sobre el fluido. Asumiendo flujo incompresible y horizontal tenemos:

$$\frac{1}{2}\rho V_D^2 + P_D^+ + \rho g z = \frac{1}{2}\rho V^2 + P_0 + \rho g z \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}\rho V_D^2 + P_D^- + \rho g z = \frac{1}{2}\rho V_{-\infty}^2 + P_0 + \rho g z \quad (6)$$

donde g es la gravedad, P_0 es la presión atmosférica. Restando ambas ecuaciones (5) y (6) obtenemos:

$$(P_D^+ - P_D^-) = \frac{1}{2}\rho(V^2 - V_{-\infty}^2) \quad (7)$$

Sustituyendo la ecuación (7) en (4) obtenemos:

$$V_{-\infty} = (1 - 2a)V \quad (8)$$

La teoría del momento toma $a=0.5$. Comparando las ecuaciones (2) y (7) se observa que la mitad de la velocidad cae aguas arriba del disco y la otra mitad aguas abajo.

Introduciendo las ecuaciones (2) y (8) en (3), la fuerza realizada sobre el aire, o fuerza de empuje queda

$$F_D = 2\rho A_D V^2 a(1 - a), \quad (9)$$

y la potencia extraída del aire viene dada por

$$P_D = F_D V_D = 2\rho A_D V^3 a(1 - a)^2. \quad (10)$$

El modo tradicional de caracterizar la capacidad de un aerogenerador de capturar energía eólica es mediante un coeficiente, coeficiente de potencia C_p , y que se define como la relación entre la potencia extraída del viento y la potencia disponible en el viento

$$C_p = \frac{P_D}{P_v}. \quad (11)$$

Usando las ecuaciones (1) y (10) obtenemos el siguiente resultado:

$$C_p = 4a(1 - a)^2 \quad (12)$$

El valor máximo posible para C_p conocido como el límite de Betz (en honor a Albert Betz) es $C_{p_{max}} = \frac{16}{27} = 0,593$. Este límite superior se aplica para cualquier tipo de aerogenerador. El coeficiente de potencia para máquinas modernas alcanza valores máximos sobre 0.45, por debajo del máximo teórico, valores superiores han sido mostrados en algunos diseños experimentales.

2.4.3. Teoría del elemento de pala

El método de Glauert o teoría del elemento de pala es un método algo más complicado que el anterior. Es útil para obtener las expresiones del par desarrollado por el rotor del aerogenerador, la potencia capturada por éste al aire y el empuje axial experimentado. Esta teoría se basa en el análisis de las fuerzas aerodinámicas que se aplican sobre un elemento diferencial de una pala.

El principio de funcionamiento de un aerogenerador de eje horizontal aparece indicado en el esquema de la Figura 10, donde se muestra un corte de la pala a una cierta distancia r del eje de giro.

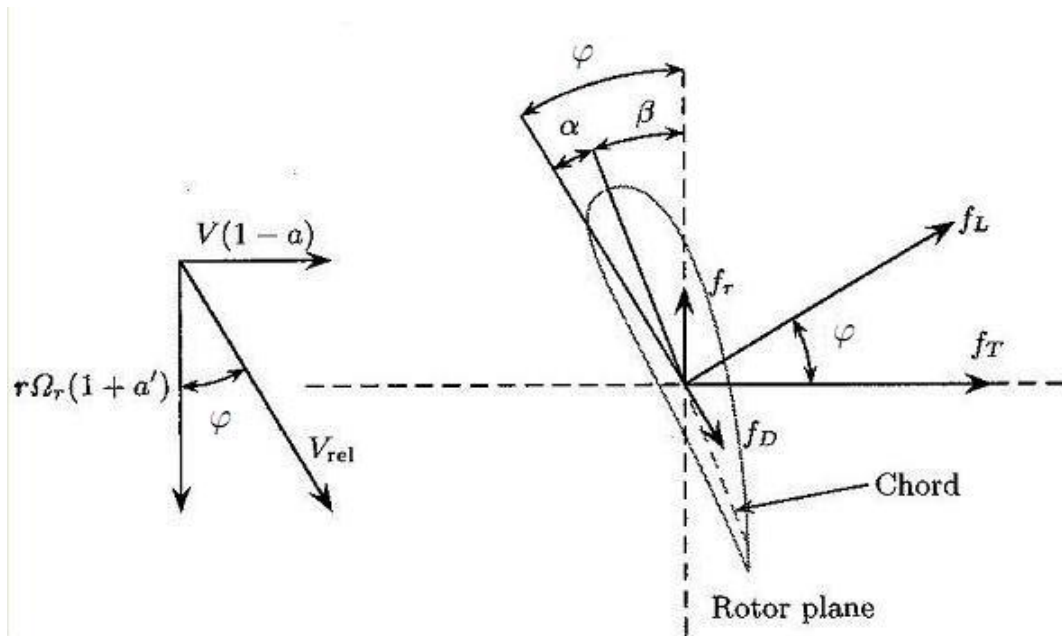


Figura 10: Fuerzas actuantes en una sección de una pala de un aerogenerador

En dicha figura se muestra la velocidad del aire descompuesta en componentes axial y tangencial, así como la velocidad relativa:

$$V_{rel} = \sqrt{V^2(1-a)^2 + \Omega_r^2 r^2(1-a')^2},$$

donde a' es el coeficiente de velocidad inducida de giro.

La corriente de aire crea una gradiente de presiones sobre el perfil de la pala, cuyo resultado es una fuerza perpendicular a la dirección del movimiento del aire, llamada fuerza de sustentación f_L . Adicionalmente, se genera una fuerza opuesta a la velocidad relativa llamada fuerza de arrastre f_D . La fuerza de sustentación (lift) y de arrastre (drag) por unidad de longitud de pala, se expresan generalmente en términos del coeficiente de sustentación y el coeficiente de arrastre, C_L y C_D respectivamente:

$$f_L = \frac{\rho c}{2} V_{rel}^2 C_L(\alpha), \quad (13)$$

$$f_D = \frac{\rho c}{2} V_{rel}^2 C_D(\alpha), \quad (14)$$

donde c es la cuerda geométrica del elemento de la pala. Ambos coeficiente son función del ángulo de incidencia del aire α , definido como el ángulo que forma la corriente de aire con la cuerda de la pala, como se observa en la Figura 10

$$\alpha = \varphi - \beta \quad (15)$$

donde φ es el ángulo que forma el aire y el plano del rotor, y el ángulo pitch β es el ángulo que forma la cuerda de la pala con el plano del rotor.

Las fuerzas de sustentación y de arrastre pueden proyectarse en dirección axial y tangencial. A la componente axial se le denomina fuerza de empuje, y su expresión por unidad de longitud es

$$f_T = f_L \cos \varphi + f_D \sin \varphi = \frac{\rho c}{2} V_{rel}^2 (C_L \cos \varphi + C_D \sin \varphi). \quad (16)$$

Esta fuerza de empuje debe ser soportada por el rotor, la torre y la cimentación del aerogenerador.

La componente tangencial es la que genera un par en el rotor que provoca trabajo útil. Este par por unidad de longitud es:

$$t_r = (f_L \sin \varphi - f_D \cos \varphi)r = \frac{\rho c}{2} V_{rel}^2 r (C_L \sin \varphi - C_D \cos \varphi). \quad (17)$$

Integrando estas expresiones a lo largo de la longitud de la pala se obtiene la fuerza total de empuje y el par total útil:

$$F_T = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 V^2 C_T(\lambda, \beta), \quad (18)$$

$$T_r = \frac{1}{2}\rho\pi R^3 V^2 C_Q(\lambda, \beta), \quad (19)$$

donde C_T es el coeficiente de empuje y C_Q el coeficiente de par.

La potencia desarrollada por la máquina se puede expresar como

$$P_r = C_p P_v = \frac{1}{2}\rho\pi R^2 V^3 C_p(\lambda, \beta) \quad (20)$$

donde C_p es el coeficiente de potencia. La velocidad específica λ se define como el cociente entre la velocidad de la punta de la pala y la velocidad del viento:

$$\lambda := \frac{\Omega_r R}{V} = \frac{C_p}{C_Q}. \quad (21)$$