



3.- Flujo de cargas.

En el presente capítulo se describirá el problema del flujo de cargas y se definirán las ecuaciones que lo gobiernan. A continuación, se mostrará un algoritmo para redes de baja tensión (distribución) equilibradas que finalmente se desarrollará para redes de cuatro hilos, estudiando así cómo afectan los desequilibrios y observando qué sucede en las distintas fases de las líneas.

El problema del *flujo de cargas* (*load flow* o *power flow*) consiste en obtener las tensiones en todos los nudos y los flujos de potencia por todos los elementos de un sistema de transporte o distribución, es decir, en determinar las condiciones de operación en régimen permanente de un sistema de potencia. Para ello se toma como datos de partida el consumo, la inyección de potencia en todos los nudos de la red y el modelo eléctrico de la misma. Es una herramienta ampliamente utilizada tanto en planificación como en explotación de sistemas de potencia.

Su formulación básica consiste en:

- ✓ Modelar todos los elementos del sistema de potencia a analizar y los flujos eléctricos a través del mismo.

- ✓ Obtener las tensiones complejas en todos los nudos eléctricos de la red. Las ecuaciones matemáticas planteadas para la resolución de la red han de ser resueltas mediante un algoritmo que permita obtener el estado del sistema, estado que queda normalmente definido por las tensiones complejas en todos los nudos puesto que cualquier otra magnitud que se quiera conocer vendrá definida por dichas tensiones.

El algoritmo deberá ser implementado a través de un programa por ordenador capaz de manejar gran cantidad de datos y realizar operaciones que, aunque no son complejas, se repiten de manera iterativa y requieren el manejo de matrices de grandes dimensiones lo que hace la resolución manual muy tediosa y en ocasiones imposible. De este modo se obtendría repuesta de una forma rápida y segura.



- ✓ Calcular todas las magnitudes de interés, como flujos de potencia activa y reactiva, pérdidas, ...

En la búsqueda de la solución óptima, se ha de tener en cuenta que dependiendo del nivel de exactitud requerido en la solución se adoptará un modelo más o menos preciso del sistema. Además, es determinante la elección de un algoritmo robusto y eficiente que resuelva el sistema de ecuaciones planteado de manera que implique el menor número de operaciones posible con la finalidad de una mayor rapidez en la búsqueda de respuesta, para la cual, también será relevante la óptima programación de dicho algoritmo.

3.1 Formulación del problema en redes de estructura equilibrada.

El sistema de potencia se considera trifásico, lo que permite poder realizar un análisis en por unidad.

En redes de transporte, dada la naturaleza de las cargas que tienen conectadas (generadores y subestaciones de transformación), las cuales varían su demanda muy lentamente en el tiempo, se toma como aproximación que las potencias netas inyectadas en los nudos de carga son independientes de la tensión del nudo donde se encuentran conectadas.

En redes de distribución, existen tres modelos de cargas: cargas de potencia constante, cargas de impedancia constante y cargas de intensidad constante. Para la formulación del problema se utiliza un modelo de cargas de potencia constante, donde igual que ocurre en transporte, las potencias netas inyectadas en los nudos son independientes de la tensión del nudo donde se encuentran conectadas, por ser el modelo que provoca mayores caídas de tensión, situándose así del lado de la seguridad.

Así pues, en los nudos de carga se conoce la potencia compleja neta inyectada en cada uno de ellos:

$$S_i = S_i^{esp} = P_i^{esp} + jQ_i^{esp}, \quad i = 1, \dots, m \quad [3.1]$$



siendo m el número total de nudos del sistema.

Dicha potencia corresponde a la diferencia entre la potencia generada y la consumida en cada nudo:

$$S_i = S_{Gi} - S_{Ci}, \quad i = 1, \dots, m \quad [3.2]$$

Para las líneas se adopta un modelo en π , tal y como se indica en la figura.

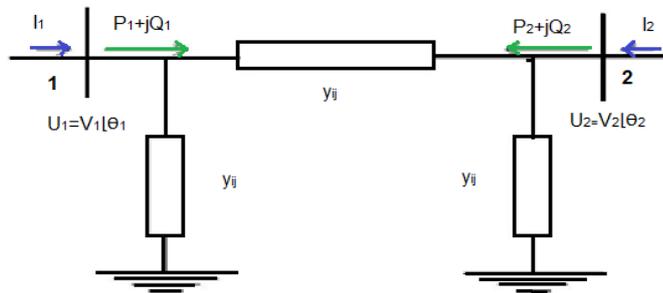
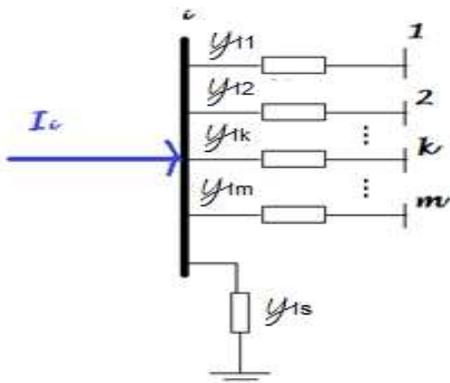


Figura 12.- Modelo en π de una línea.

Donde y_{ij} que une los nudos 1 y 2 es la admitancia serie de la línea y la admitancia paralelo es y_{ij} entre la línea y el neutro del sistema en ambos extremos de la misma.

Si se representa una red genérica según el sistema que aparece en la figura 13, se observa que las intensidades inyectadas en los nudos I_i están relacionadas con las tensiones complejas en los mismos a través de la matriz de admitancias de nudos (Y_{ij}).



Así las ecuaciones nodales son:

$$I_i = \sum_{j=1}^m y_{ij} U_j \quad [3.3]$$

Figura 13.- Representación de una red de m nudos

Teniendo en cuenta que la potencia inyectada en cada nudo viene determinada por la ecuación:

$$S_i = U_i I_i^* \quad [3.4]$$



Donde I_i^* corresponde a la intensidad inyectada en cada nudo conjugada.

Al sustituir la ecuación [3.3] en [3.4] se obtiene:

$$S_i^{esp} = U_i \sum_{j=1}^m y_{ij}^* U_j^* \quad [3.5]$$

Si se utilizan coordenadas cartesianas para los elementos de la matriz de admitancias ($y_i = G_i + jB_i$) las ecuaciones [3.5] se convierten en el siguiente sistema de ecuaciones no lineal de m ecuaciones complejas:

$$P_i + jQ_i = U_i \sum_{j=1}^m U_j^* (G_{ij} - jB_{ij}), \quad i = 1, \dots, m \quad [3.6]$$

siendo m el número total de nudos del sistema.

Los métodos iterativos más importantes que se utilizan no pueden trabajar con las ecuaciones complejas anteriores, porque la presencia de variables conjugadas impide llevar a cabo derivadas en forma compleja. Es preciso, por tanto, separar dichas ecuaciones en $2m$ ecuaciones reales. Para ello, se expresan las tensiones en coordenadas polares ($U = V|\theta$), lo que conduce a:

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + jB_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad [3.7]$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - jB_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad [3.8]$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

Donde $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$.

La formulación cartesiana puede plantearse tomando las tensiones en su forma cartesiana, $U = V_r + jV_x$. Esta formulación es poco habitual.

Las ecuaciones [3.6], [3.7] y [3.8] son dos formas equivalentes de las ecuaciones del flujo de cargas. Se trata por tanto de determinar las tensiones en los nudos, conocidas las cargas en los mismos y los parámetros del sistema.

Hay que tener presentes dos consideraciones importantes: por un lado, en las ecuaciones [3.7] y [3.8] aparecen los ángulos de las tensiones en forma de diferencias.



Esto implica que no todos ellos puedan ser determinados y haya que fijar el ángulo de la tensión de uno de los nudos del sistema como referencia. Por otro lado, es imposible conocer todas las potencias generadas en todos los nudos al no conocer a priori las pérdidas en las líneas. Estos dos inconvenientes quedan resueltos si en uno de los nudos del sistema se sustituyen las especificaciones de la potencia activa y reactiva en el mismo por la tensión compleja, es decir, para ese nudo, que se denominará nudo de referencia o *slack*, se conocerá su tensión y se tomará como origen de referencia de los ángulos de las tensiones del resto de los nudos (cero por simplicidad).

Así, el problema de reparto de cargas queda planteado por tanto a través del siguiente sistema de ecuaciones:

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + jB_{ij} \sin \theta_{ij})$$
$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - jB_{ij} \cos \theta_{ij})$$
$$V_{slack} = V_{slack}^{esp} \quad [3.9]$$
$$i = 1, 2, \dots, m$$

En función de las condiciones de contorno impuestas, pueden distinguirse dos tipos principales de nudos:

- ✓ **Nudos de consumo o nudos PQ:** donde se conoce el consumo de potencia activa y reactiva, siendo conocida o nula la potencia generada.

$$P_i^{esp} = P_{Gi}^{esp} - P_{Ci}^{esp} \quad [3.10]$$

$$Q_i^{esp} = Q_{Gi}^{esp} - Q_{Ci}^{esp} \quad [3.11]$$

Las incógnitas serán las dos componentes de la tensión nodal correspondiente.



- ✓ **Nodos de generación o nudos PV:** donde un generador u otro componente, regula la tensión y la potencia activa inyectada

$$P_i^{esp} = P_{Gi}^{esp} - P_{Ci}^{esp} \quad [3.12]$$

$$V_i = V_i^{esp} \quad [3.13]$$

Quedando como incógnitas la potencia reactiva y el desfase de la tensión.

Hay que mencionar que la no linealidad de este sistema de ecuaciones complica la resolución del mismo y justifica el desarrollo de distintos algoritmos que intentan resolverlo. Debido a la falta de linealidad los distintos métodos se basan en procedimientos iterativos en los cuales será necesario establecer unos criterios de convergencia para decidir cuándo se ha llegado a una solución suficientemente buena.

3.2 Algoritmos de resolución de un flujo de cargas

Todos los algoritmos siguen una estructura similar, mostrada en la figura 14.

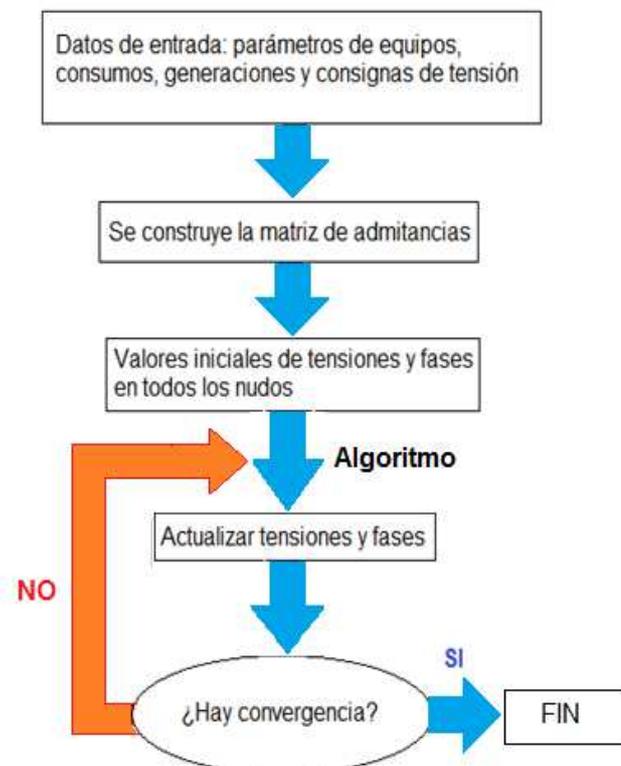


Figura 14.- Diagrama de resolución de un flujo de cargas mediante algoritmo iterativo



Como perfil inicial se puede tomar un perfil plano o un perfil anterior.

- ✓ **Un perfil plano**, con los valores nominales de las tensiones y las fases.

$$V_i = V_n \quad [3.14]$$

$$\theta_i = 0^\circ \quad [3.15]$$

O bien en por unidad:

$$V_i = 1 \quad [3.16]$$

$$\theta_i = 0^\circ \quad [3.17]$$

- ✓ **Un perfil obtenido en un flujo de cargas anterior.**

El criterio de convergencia determinará si la solución obtenida es suficientemente buena. El criterio de convergencia puede estar basado en las propias variables de estado o bien en el error (residuo) del balance de potencia en cada nudo.

- ✓ **Basado en las propias variables de estado**

Cada nudo i , en la iteración it , debe cumplir:

$$|V_i^{it} - V_i^{it-1}| \leq \epsilon \quad [3.18]$$

- ✓ **Basado en el error del balance de potencia en cada nudo**

Cada nudo i en el cual P_i y/o Q_i sean datos, debe cumplir:

$$\Delta P_i = P_i - V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \approx 0 \quad [3.19]$$

$$\Delta Q_i = Q_i - V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \approx 0 \quad [3.20]$$

Donde tiene que cumplirse las acotaciones de error

$$|\Delta P_j^{it}| \leq \epsilon \quad [3.21] \quad \text{y} \quad |\Delta Q_j^{it}| \leq \epsilon \quad [3.22]$$



Una vez obtenidas las variables de estado se pueden calcular otras magnitudes que resulten de interés, por ejemplo:

✓ **Potencia generada por el slack:**

$$P_{slack} = P_{Gslack} - P_{Dslack} = V_s \sum_{j=1}^m V_j (G_{sj} \cos \theta_{sj} + B_{sj} \sin \theta_{sj}) \quad [3.23]$$

$$Q_{slack} = Q_{Gslack} - Q_{Dslack} = V_s \sum_{j=1}^m V_j (G_{sj} \sin \theta_{sj} - B_{sj} \cos \theta_{sj}) \quad [3.24]$$

✓ **Potencia reactiva generada por los nudos P-V:**

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = V_i \sum_{j=1}^m V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad [3.25]$$

✓ **Pérdida de transporte en el sistema:**

$$P_{loss} = \sum_i P_{Gi} - \sum_i P_{Di} \quad [3.26]$$

$$Q_{loss} = \sum_i Q_{Gi} - \sum_i Q_{Di} \quad [3.27]$$

✓ **Pérdidas en la línea:**

$$P_{loss}^{ij} = P_{ij} + P_{ji} \quad [3.28]$$

Los tres algoritmos más destacados a nivel de transporte son Gauss-Seidel, Newton-Raphson y Desacoplado rápido FDLF (“Fast Decoupled Load Flow”). No se describe ninguno de ellos por quedar fuera del ámbito de este proyecto.

3.2.1 Redes de distribución de media tensión.

Aunque la configuración de la mayoría de las redes de distribución a nivel de media tensión es mallada, especialmente en zonas urbanas, su explotación se realiza casi siempre en forma radial. Esto se hace para simplificar la gestión de las protecciones y para disminuir las potencias de cortocircuito, lo que se traduce en un ahorro de costes a cambio de reducir la fiabilidad.



Los sistemas de media tensión son redes con diseño equilibrado y cargas prácticamente equilibradas. Los algoritmos diseñados a nivel de transporte no suelen aplicarse, algunos porque son difíciles de implementar en este tipo de redes, como es el caso de Newton-Raphson y otros porque se basan en la simplificación de que las líneas cumplen la condición $R \ll X$, característica que no es cierta en este tipo de redes, como es el caso de FDLF.

Además, la configuración radial de estas redes, permite la implantación de algoritmos más simples de eficacia similar a los métodos empleados en alta tensión, que aprovechan la estructura arborescente y basan su estrategia de resolución en barridos hacia atrás y hacia adelante en la red bajo estudio, simplificando enormemente la implantación del algoritmo.

Si se atiende al modelo matemático utilizado para definir las ecuaciones, existen métodos que se basan en las ecuaciones de potencia, otros en la aplicación directa de las leyes de Kirchhoff en términos de tensiones e intensidades y otros en el uso de la matriz de admitancia de nudos factorizada.

En cuanto al equilibrio o no del sistema, existen algoritmos para redes de distribución equilibradas y soluciones para sistemas desequilibrados que en su mayoría constituyen una adaptación de los desarrollados para redes equilibradas. Gran parte de estos algoritmos basan su estrategia en la estructura radial de la red, utilizando como modelo matemático las ecuaciones de las tradicionales leyes de Kirchhoff, bien utilizando la matriz de admitancias o bien la de impedancias de la red.

A continuación, se describirá el método empleado para el estudio de la red tipo objeto de este proyecto, que no es más que un barrido iterativo aplicando las leyes de Kirchhoff en términos de tensiones e intensidades, utilizando la matriz de impedancias de la red.

Considérese una red radial, cuyos m nudos se ordenan desde el punto de alimentación hasta los nudos más extremos, de modo que cada nudo precede a los que tiene “aguas abajo”. Partiendo del perfil plano, U_0 , el proceso de solución consta de cuatro etapas, que se repiten hasta que las tensiones en dos iteraciones consecutivas sean suficientemente parecidas, es decir, hasta que el error sea menor que un valor predeterminado. Para una red completamente equilibrada, el modelo utilizado es el equivalente monofásico de las líneas de la red.

**Algoritmo:**

1. Con los valores actuales de tensiones, se obtienen las intensidades demandadas por las cargas en cada nudo.

$$I_k^i = \left(\frac{S_k}{U_m} \right)^* \quad [3.29]$$

donde k es la carga, m el nudo donde se encuentra la carga k , e i la iteración en la que nos encontramos.

S_k es la potencia monofásica, es decir, en caso de carga equilibrada:

$$S_k = \frac{S_k^{3f}}{3} \quad [3.30]$$

y U_m es la tensión de fase del nudo m

$$U_m = \frac{U_m^L}{\sqrt{3}} \quad [3.31]$$

2. Barriendo todas las ramas del árbol en sentido ascendente (“aguas arriba”) se obtienen las intensidades $I_{m,m+1}^i$ circulantes por cada rama mediante la primera ley de Kirchhoff.

$$I_{m,m+1}^i = \sum_{\forall k \in m+1} I_k^i + \sum_{\substack{\forall \text{ nudo } j \\ \text{aguas abajo de } m+1}} I_j^i \quad [3.32]$$

3. Barriendo el árbol en sentido opuesto (“aguas abajo”) se actualizan las tensiones desde el nudo de alimentación (*slack*) mediante la segunda ley de Kirchhoff:

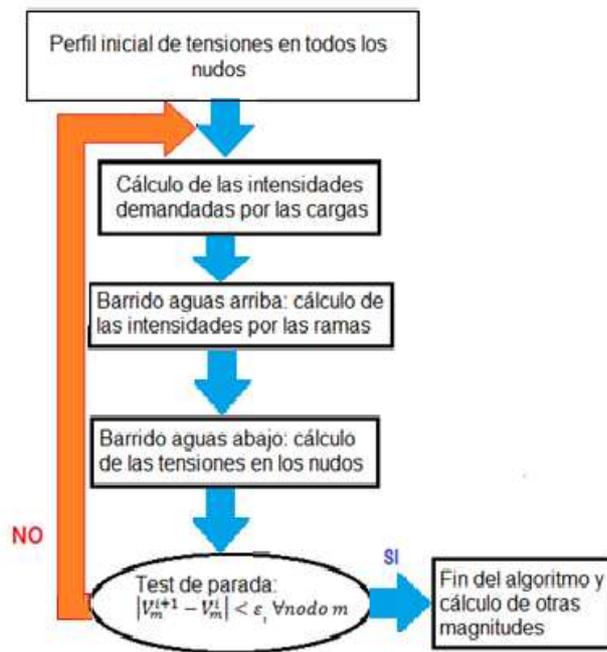
$$U_{m+1}^i = U_m^i - z_{m,m+1} \cdot I_{m,m+1}^i \quad [3.33]$$

siendo $z_{m,m+1}$ la impedancia serie de la línea m - $m+1$.

4. Se realiza el test de parada en todos los nodos de la red

$$|V_m^{i+1} - V_m^i| < \varepsilon, \quad \forall \text{ nudo } m \quad [3.34]$$

donde ε será el error que se desee para la parada del algoritmo.



Si al finalizar el punto 4 se cumple la ecuación [3.34], los valores de tensión obtenidos serán el resultado del problema, si por el contrario, dicha ecuación no se cumple, volveremos al paso 1 con los valores de las tensiones actualizados.

Figura 15.- Diagrama del algoritmo de barrido en redes radiales

3.2.2 Resolución a cuatro hilos de una red radial de baja tensión.

Conforme disminuye el nivel de tensión en los sistemas de distribución, comienzan a ser considerables los desequilibrios por tener mayor relevancia en la solución del problema. Las principales fuentes de desequilibrio son los consumos desequilibrados y en menor medida, la configuración no totalmente equilibrada de la mayor parte de las líneas. El flujo de cargas trifásico es la herramienta más adecuada para realizar estudios de desequilibrios.

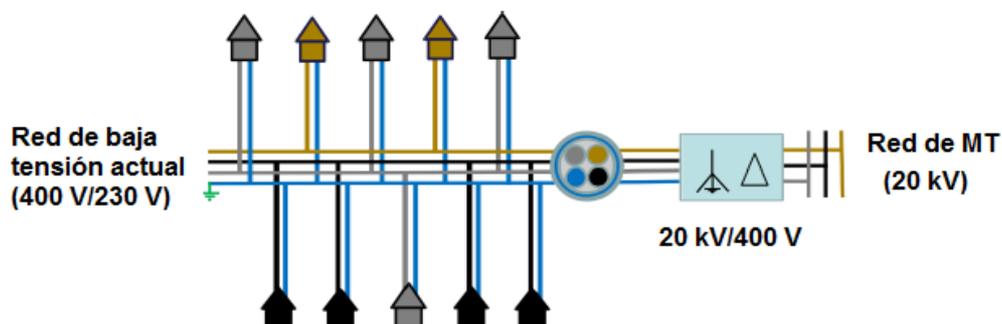


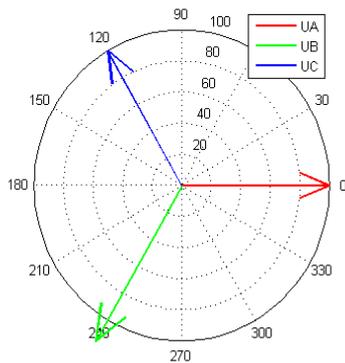
Figura 16.- Red de baja tensión actual¹

¹ Fuente: Tesis Doctoral *Phase unbalance on low-voltage electricity networks and its mitigation using static balancers* by Shiva Beharrysingh, Loughborough University.



Considérese ahora una red radial de cuatro hilos, cuyos m nudos se ordenan desde el punto de alimentación hasta los nudos más extremos, de modo que cada nudo precede a los que tiene “aguas abajo”. Se desarrolla a continuación la aplicación del algoritmo de barrido descrito anteriormente en cada una de las fases de la red.

El perfil plano inicial ahora se toma como:



$$U^0|_a = \frac{V_n|^{0^\circ}}{\sqrt{3}} = U_{ag}, \forall \text{ nudo } m \quad [3.35]$$

$$U^0|_b = \frac{V_n|^{-120^\circ}}{\sqrt{3}} = U_{bg}, \forall \text{ nudo } m \quad [3.36]$$

$$U^0|_c = \frac{V_n|^{120^\circ}}{\sqrt{3}} = U_{cg}, \forall \text{ nudo } m \quad [3.37]$$

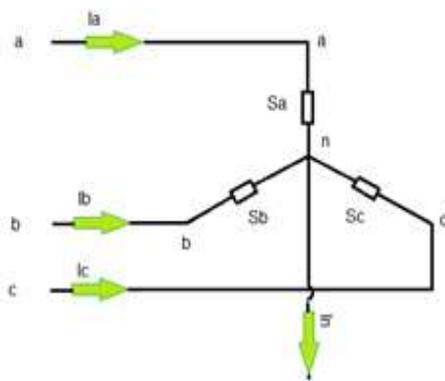
$$U^0|_n = 0 = U_{ng}, \forall \text{ nudo } m \quad [3.38]$$

donde $U^0|_i$ es la tensión entre la fase i y tierra.

Figura 17.- Representación fasorial de las tensiones

Algoritmo:

1. Con los valores actuales de tensiones, se obtienen las intensidades demandadas por las cargas en cada nudo.



$$I_k^i|_a = \left(\frac{S_k|a}{U_m^i|a - U_m^i|n} \right)^* \quad [3.39]$$

$$I_k^i|_b = \left(\frac{S_k|b}{U_m^i|b - U_m^i|n} \right)^* \quad [3.40]$$

$$I_k^i|_c = \left(\frac{S_k|c}{U_m^i|c - U_m^i|n} \right)^* \quad [3.41]$$

$$I_k^i|_n = I_k^i|_a + I_k^i|_b + I_k^i|_c \quad [3.42]$$

Figura 18.- representación de una carga

donde k es la carga, m , el nudo donde se encuentra la carga k , e i la iteración en la que nos encontramos.



S_k en este caso será un porcentaje de la potencia trifásica.

$$S_k|_a = \frac{S_k^{3f}}{v_1} \quad [3.43]$$

$$S_k|_b = \frac{S_k^{3f}}{v_2} \quad [3.44]$$

$$S_k|_c = \frac{S_k^{3f}}{v_3} \quad [3.45]$$

En el caso equilibrado $v_1 = v_2 = v_3 = 3$

- Barriendo todas las ramas del árbol en sentido ascendente (“aguas arriba”) se obtienen las intensidades $I_{m,m+1}^i$ circulantes por cada rama por aplicación de la primera ley de Kirchhoff.

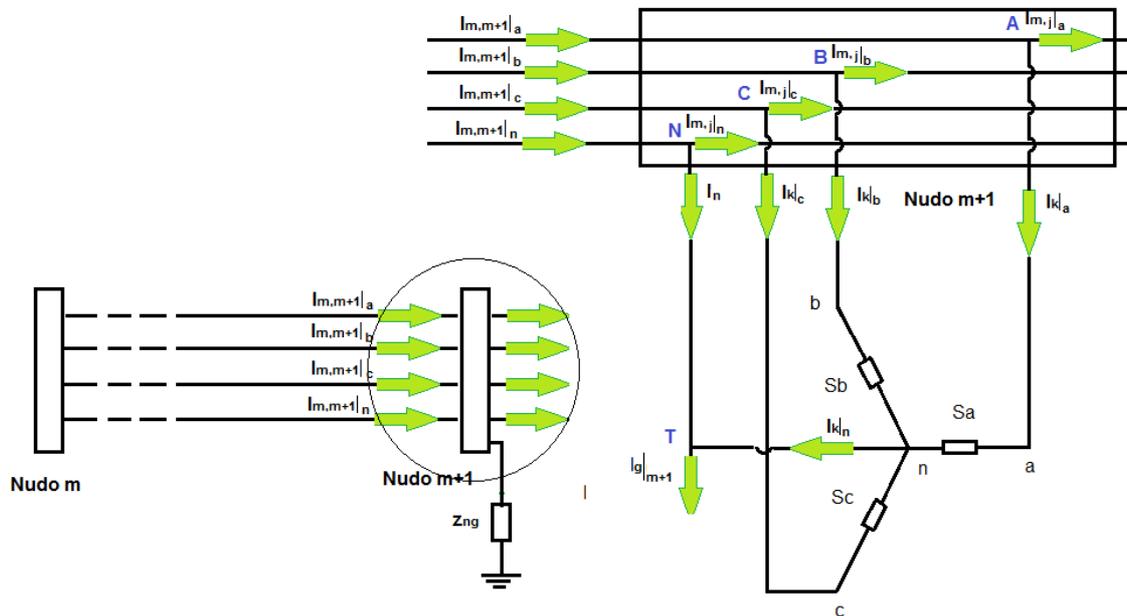


Figura 19.- Representación de un nudo genérico



Planteando las ecuaciones en los puntos **A**, **B**, **C** y **N**

$$I_{m,m+1}^i|_a = \sum_{k \in m+1}^{\forall \text{ carga}} I_k^i|_a + \sum_{\substack{\text{abajo} \\ \text{de } m+1}}^{\forall j \text{ aguas}} I_j^i|_a \quad [3.46]$$

$$I_{m,m+1}^i|_b = \sum_{k \in m+1}^{\forall \text{ carga}} I_k^i|_b + \sum_{\substack{\text{abajo} \\ \text{de } m+1}}^{\forall j \text{ aguas}} I_j^i|_b \quad [3.47]$$

$$I_{m,m+1}^i|_c = \sum_{k \in m+1}^{\forall \text{ carga}} I_k^i|_c + \sum_{\substack{\text{abajo} \\ \text{de } m+1}}^{\forall j \text{ aguas}} I_j^i|_c \quad [3.48]$$

$$I_{m,m+1}^i|_n = \sum_{k \in m+1}^{\forall \text{ carga}} I_n + \sum_{\substack{\text{abajo} \\ \text{de } m+1}}^{\forall j \text{ aguas}} I_j^i|_n \quad [3.49]$$

En la ecuación [3.53], I_n , se calcula planteando el balance en el punto **T**

$$I_g^i|_{m+1} = I_n + I_k^i|_n \quad [3.50]$$

Despejando de [3.50] I_n y sustituyendo en [3.49] se obtiene

$$I_{m,m+1}^i|_n = I_g^i|_{m+1} - \sum_{k \in m+1}^{\forall \text{ carga}} I_k^i|_n + \sum_{\substack{\text{abajo} \\ \text{de } m+1}}^{\forall j \text{ aguas}} I_j^i|_n \quad [3.51]$$

donde la intensidad de puesta a tierra en el nodo $m+1$ viene dada por:

$$I_g^i|_{m+1} = \left(\frac{U_{m+1}^i|_n}{z_{ng}|_{m+1}} \right)^*, \quad z_{ng} > 0 \quad [3.52]$$

Por consiguiente, las intensidades que circulan por las ramas se obtienen de la resolución de las ecuaciones [3.46], [3.47], [3.48] y [3.51].

¿Qué sucede si $z_{ng}|_{m+1} = 0$?

Si $z_{ng}|_{m+1} = 0$, se desconoce $I_g^i|_{m+1}$ y por consiguiente la ecuación [3.51] tiene dos incógnitas $I_g^i|_{m+1}$ e $I_{m,m+1}^i|_n$ con lo cual, deja de ser útil. En este caso se busca una nueva ecuación para el cálculo de $I_{m,m+1}^i|_n$.

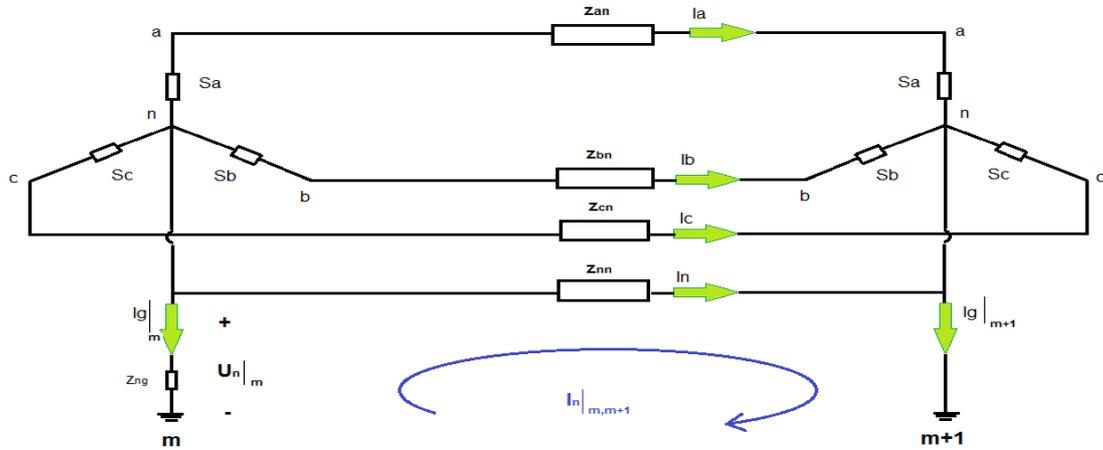


Figura 20.- Representación de dos nudos consecutivos de una red

De la figura 20, se observa:

$$U_n^i|_m = z_{an}I_{m,m+1}^i|_a + z_{bn}I_{m,m+1}^i|_b + z_{cn}I_{m,m+1}^i|_c + z_{nn}I_{m,m+1}^i|_n \quad [3.53]$$

de donde, despejando I_n^i se obtiene:

$$I_{m,m+1}^i|_n = \frac{U_n^i|_m - z_{an}I_{m,m+1}^i|_a - z_{bn}I_{m,m+1}^i|_b - z_{cn}I_{m,m+1}^i|_c}{z_{nn}} \quad [3.54]$$

En caso de $z_{ng}|_{m+1} = 0$ la ecuación [3.51] es sustituida por la ecuación [3.54] para el cálculo de $I_{m,m+1}^i|_n$.

3. Barriando el árbol en sentido opuesto (“aguas abajo”) se actualizan las tensiones desde el nudo de alimentación (*slack*) mediante la segunda ley de Kirchoff:

$$U_{m+1}^i|_a = U_m^i|_a - z_{m,m+1}|_a \cdot I_{m,m+1}^i|_a \quad [3.55]$$

$$U_{m+1}^i|_b = U_m^i|_b - z_{m,m+1}|_b \cdot I_{m,m+1}^i|_b \quad [3.56]$$

$$U_{m+1}^i|_c = U_m^i|_c - z_{m,m+1}|_c \cdot I_{m,m+1}^i|_c \quad [3.57]$$

$$U_{m+1}^i|_n = U_m^i|_n - z_{m,m+1}|_n \cdot I_{m,m+1}^i|_n \quad [3.58]$$



Utilizando notación matricial y empleando las matrices de impedancias de las líneas de la red estas ecuaciones se expresan:

$$\begin{bmatrix} U_a^i \\ U_b^i \\ U_c^i \\ U_n^i \end{bmatrix}_{m+1} = \begin{bmatrix} U_a^i \\ U_b^i \\ U_c^i \\ U_n^i \end{bmatrix}_m - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cn} \\ Z_{an} & Z_{bn} & Z_{cn} & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a^i \\ I_b^i \\ I_c^i \\ I_n^i \end{bmatrix}_{m,m+1} \quad [3.59]$$

4. Se realiza el test de parada en todos los nodos de la red y en todas sus fases.

$$|V_m^{i+1} - V_m^i| < \varepsilon, \quad \forall \text{nodo } m, \forall \text{fase} \quad [3.60]$$

donde ε será el error que se desea para la parada del algoritmo.

Si se cumplen las ecuaciones [3.60] el algoritmo finalizará y las tensiones obtenidas serán las tensiones de los nudos de la red, a partir de las cuáles se podrán obtener otros datos. En caso contrario, se vuelve al paso 1 nuevamente, con las tensiones actualizadas.

Una vez finalizado el algoritmo, se conocen todas las tensiones de todas las fases de todos los nudos de la red estudiada. Resulta de interés el cálculo de otras magnitudes.

✓ **Tensiones entre fases y neutro.**

$$U_m|_{an} = U_m|_a - U_m|_n, \quad \forall \text{nodo } m \quad [3.61]$$

$$U_m|_{bn} = U_m|_b - U_m|_n, \quad \forall \text{nodo } m \quad [3.62]$$

$$U_m|_{cn} = U_m|_c - U_m|_n, \quad \forall \text{nodo } m \quad [3.63]$$

✓ **Desequilibrios de tensión e intensidad.**

El tipo de conexión de los transformadores y la configuración de los consumos desequilibrados hace que se propague con más facilidad la componente de secuencia inversa en comparación con la secuencia homopolar. La existencia de tensión inversa en la alimentación produce sobrecalentamiento en las máquinas



eléctricas rotativas y desplazamientos en los pasos por cero de las tensiones de entrada en los convertidores estáticos de potencia, afectando por tanto al control de los mismos y dando lugar a la generación de armónicos no característicos. Así, resultará de interés obtener los parámetros de desequilibrio tanto en tensiones como en intensidades siguientes:

$$\frac{V_2}{V_1} \cdot 100 (\%) \quad [3.64]$$

$$\frac{V_0}{V_1} \cdot 100 (\%) \quad [3.65]$$

$$\frac{I_2}{I_1} \cdot 100 (\%) \quad [3.66]$$

$$\frac{I_0}{I_1} \cdot 100 (\%) \quad [3.67]$$

donde las secuencias directa, inversa y homopolar se calculan a partir de las tensiones de fase de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}_m = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix}_m, \text{ donde } a = 1^{120^\circ} \quad [3.68]$$

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}_m = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_m, \text{ donde } a = 1^{120^\circ} \quad [3.69]$$

✓ **Perdidas en la red.**

$$P_{loss} = \sum_m P_{Gm} - \sum_m P_{Lm} \quad [3.70]$$

donde

$$P_{Gm} = P_{Gm|a} + P_{Gm|b} + P_{Gm|c} \quad [3.71]$$

$$P_{Lm} = P_{Lm|a} + P_{Lm|b} + P_{Lm|c} \quad [3.72]$$

✓ **Potencia generada por el slack.**

$$S_{slack} = U_{slack|a} I_{slack|a}^* + U_{slack|b} I_{slack|b}^* + U_{slack|c} I_{slack|c}^* \quad [3.73]$$



✓ **Pérdidas en los tramos.**

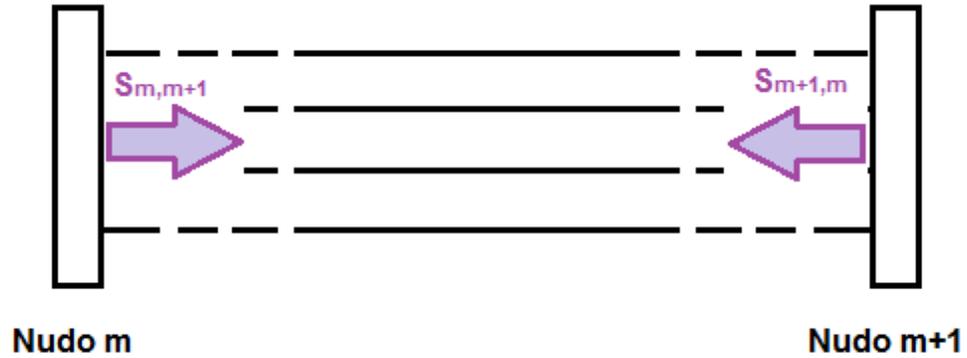


Figura 21.- Balance de flujos

$$S_{m,m+1}^{loss} = P_{m,m+1}^{loss} + jQ_{m,m+1}^{loss} \quad [3.74]$$

$$S_{m,m+1}^{loss} = S_{m,m+1} + S_{m+1,m} = U_m \cdot I_{m,m+1}^* + U_{m+1} \cdot (-I_{m,m+1}^*) \quad [3.75]$$

Matricialmente:

$$S_{m,m+1}^{loss} = [U_a \quad U_b \quad U_c \quad U_n]_m \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix}_{m+1}^* + [U_a \quad U_b \quad U_c \quad U_n]_{m+1} \cdot \left(- \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix}_m \right) \quad [3.76]$$